محاضرة (Fluid):

(1) ← **Pipe** —عبارة عن→ circular **duct**

For duct → $Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$ → مش هينفع نتعامل معاه كده . هنتعامل معاه على أنه

Hydraulic Diameter:

(2) ← $D_H = \frac{4 * \text{Flow area}}{\text{wetted Primeter}} = \frac{4 * (h * w)}{2 * (h + w)} = \frac{2hw}{w} = 2h$

wetted → المبللة

Primeter → المحيط

$A_{sec} = h * w$

$\text{Primeter} = 2(h + w)$

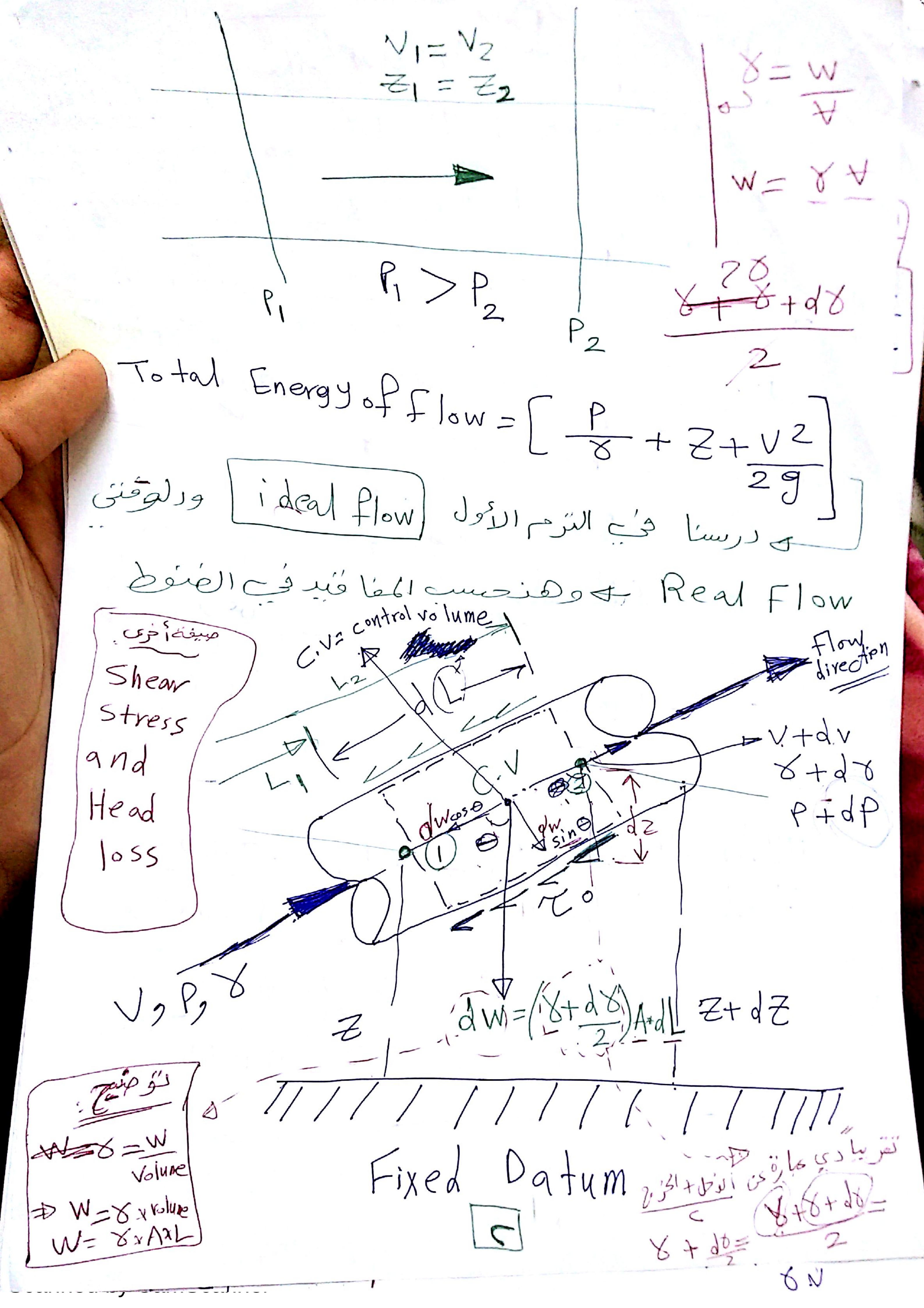
$D_H = \frac{4 * \text{Area}}{\text{wetted primeter}}$

(1) ، (2) هو عبارة عن الفرق بين pipe ، duct

$$Re = \frac{\rho U D_H}{\mu} = \frac{U D_H}{\nu}$$

Hydraulic depth
Hydraulic Radius] → $R_H = \frac{\text{Area}}{\text{Primeter}}$

$$= \frac{h * w}{2(h + w)}$$


V1 = V2
Z1 = Z2
P1 > P2
P1
P2
γ = W/∀
W = γ∀
(γ + γ + dγ)/2
2γ
Total Energy of flow = [P/γ + Z + V²/2g]
ودلوقتي ideal flow درسنا في الترم الأول
Real Flow ← وهنحسب الفاقد في الضغط
صيغة أخرى:
Shear Stress and Head loss
C.V = control volume
L2
dL
L1
C.V
dW cosθ
dW sinθ
dZ
τ0
Flow direction
V + dV
γ + dγ
P + dP
V, P, γ
Z
dW = (γ + dγ/2) A*dL
Z + dZ
Fixed Datum
توضيح:
γ = W/Volume
⇒ W = γ × volume
W = γ × A × L
تقريبا دي عبارة عن الأول + الآخر / 2
γ + dγ/2 = (γ + γ + dγ)/2
٢

where
حيث : $S = \text{Primeter} = \pi D$

$\cos\theta = \frac{dz}{dL} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

$$PA - (P+dP)A - \tau_o S\, dL - \left(\gamma + \frac{d\gamma}{2}\right) A \cdot dL \frac{dz}{dL}$$

$$\Delta = \dot{m}\, V \rightarrow \begin{cases} V_2 = V + dv \\ V_1 = V \end{cases}$$

Momentum:
$$= [(\rho + d\rho)(V+dV) \cdot A] V_2 - [\rho V A] V_1$$

$$= A(\rho + d\rho)(V+dv)^2 - \rho V^2 A$$

دخل

$$\dot{m} = \rho A V = (\rho + d\rho) A (V + dV)$$

$$\frac{dP}{\gamma} + d\left(\frac{V^2}{2g}\right) + dZ = \frac{-\tau_o\, dL}{\gamma R_H}$$

$$d\left(\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z\right) = \frac{-\tau_o\, dL}{\gamma R_H}$$

وبالتكامل بالنسبة لـ $[L]$ وحدود التكامل من (L_1) إلى (L_2)

$$\Rightarrow \left[\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z\right]_2 - \left[\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z\right]_1 = \frac{-\tau_o [L_2 - L_1]}{\gamma R_H}$$

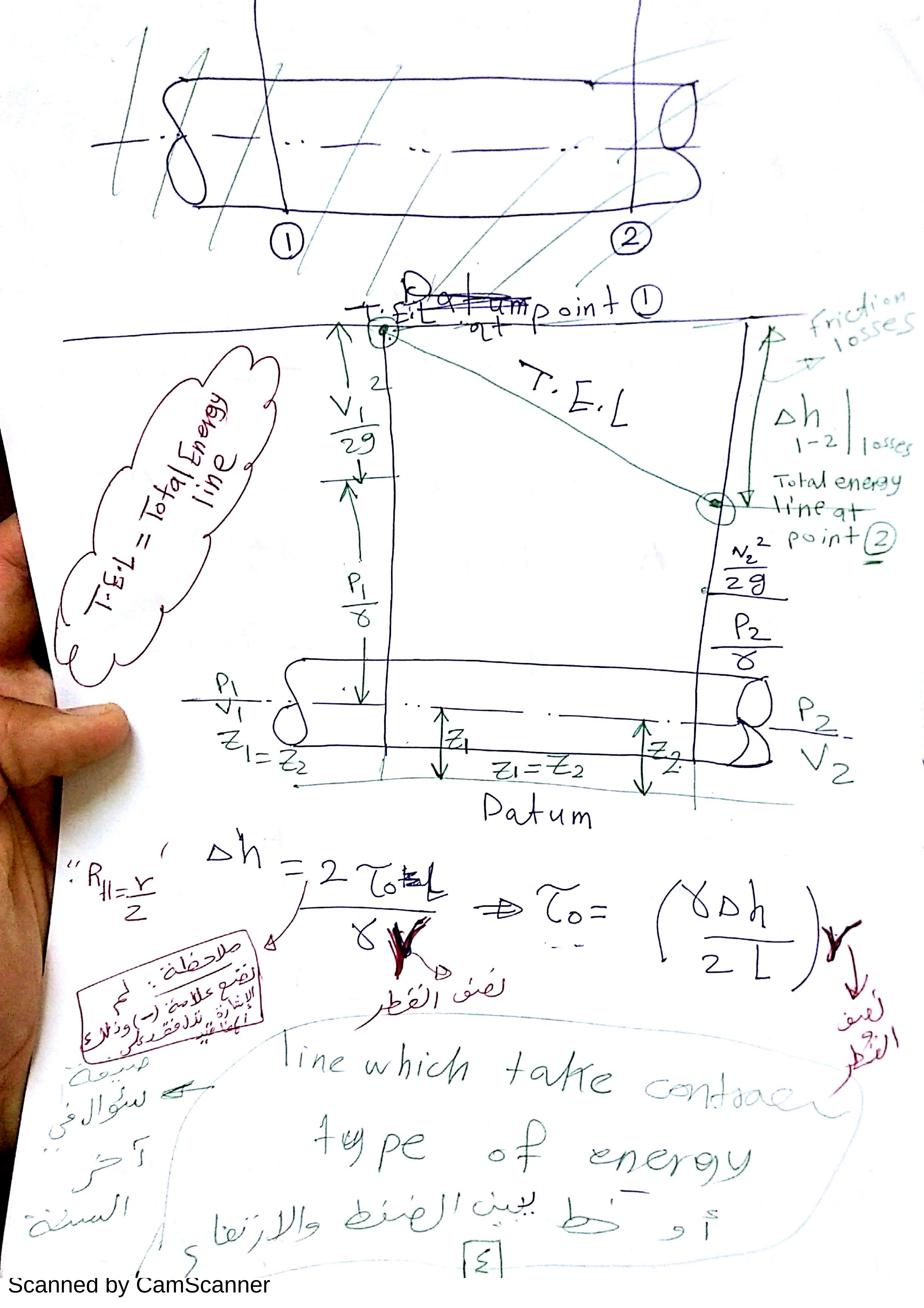
$$R_H = \frac{A}{S} = \frac{\pi r^2}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow R_H = \frac{r}{2}$$

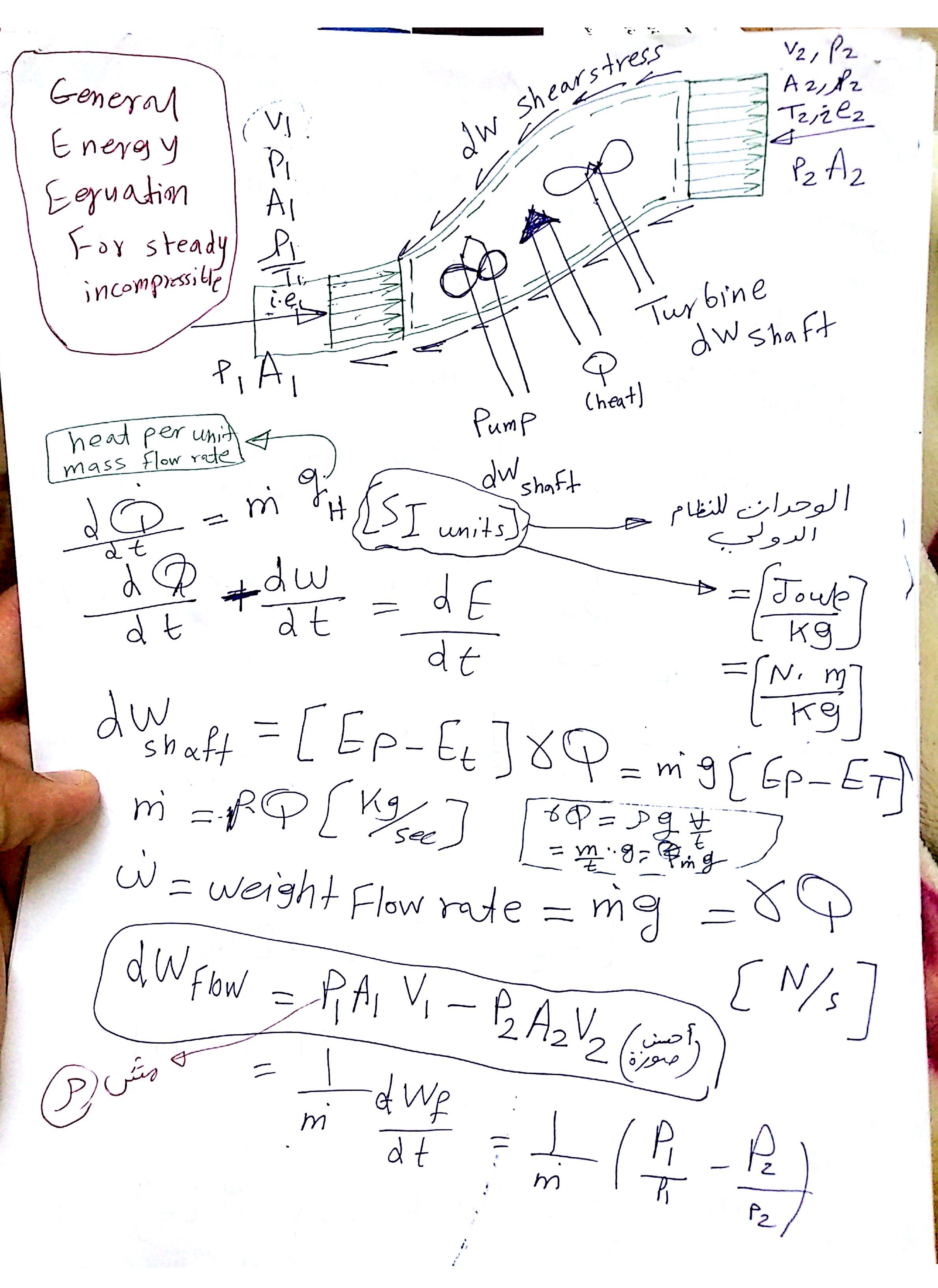
(٣)

$\therefore L_2 - L_1 = L$

~~$\Delta h = \frac{2\tau_o L}{\gamma r}$~~



1
2
Datum point 1
T.E.L
friction losses
$\Delta h \big|_{1-2}$ losses
Total energy line at point 2
T.E.L = Total Energy line
$\frac{V_1^2}{2g}$
$\frac{P_1}{\gamma}$
$\frac{V_2^2}{2g}$
$\frac{P_2}{\gamma}$
P_1 V_1
P_2 V_2
$Z_1 = Z_2$
Z_1
Z_2
$Z_1 = Z_2$
Datum
$R_H = \frac{r}{2}$
$\Delta h = \frac{2 \tau_0 L}{\gamma r} \Rightarrow \tau_0 = \left(\frac{\gamma \Delta h}{2L}\right) r$
ملاحظة: لم نضع علامة (-) وذلك لأن الإشارة تدل فقط على الاتجاه
نصف القطر
نصف القطر
صيغة سؤال في آخر السنة
line which take contrae type of energy
أو خط يبين الضغط والارتفاع



heat per unit mass flow rate

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{m}\, q_H$$

[SI units] → الوحدات للنظام الدولي

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{dW}{dt} = \frac{dE}{dt}$$

$$= \left[\frac{Joule}{Kg}\right] = \left[\frac{N \cdot m}{Kg}\right]$$

$$dW_{shaft} = [E_P - E_t]\, \gamma Q = \dot{m} g [E_P - E_T]$$

$$\dot{m} = \rho Q \left[Kg/sec\right]$$

$$\gamma Q = \rho g \frac{V}{t} = \frac{m}{t} \cdot g = \dot{m} g$$

$$\dot{W} = \text{weight Flow rate} = \dot{m} g = \gamma Q$$

$$dW_{Flow} = P_1 A_1 V_1 - P_2 A_2 V_2 \quad [N/s]$$

(أحسن صورة)

(P) مش ρ

$$= \frac{1}{\dot{m}} \frac{dW_f}{dt} = \frac{1}{\dot{m}} \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2}\right)$$

intensive propeAics

[مجموع الـ ٣ أنواع من الطاقات]

$$E = \iiint i \, dm$$

$$= \iiint \left(\frac{V^2}{2} + gZ + ie \right) \cdot dm$$

T.E.L at point (1)

جمع جبري (+)

$$\frac{dE}{dt} = \iint_{C.S} i(\rho V dA) \pm \iint_{\substack{C.S \\ inlet}} i(\rho V dA)$$

(C.S) → cross section

(out) → (out) تقريباً

$$\frac{dE}{dt} = \iint_{C.S} \left(\frac{1}{2} V^2 + gZ + i \cdot e \right)(\rho V dA)$$

$$- \iint_{C.S} \left(\frac{1}{2} V^2 + gZ + i \cdot e \right)(\rho V dA)$$

$$\frac{1}{m} \frac{dE}{dt} = \iint_{\substack{C.S \\ in}} \left(\frac{1}{2} V^2 + gZ + i \cdot e \right) - \iint_{C.S} \left(\frac{V^2}{2} + gZ + i \cdot e \right)$$

$$= \left[\frac{V_2^2}{2} + g Z_2 + i e_2 \right] - \left[\frac{V_1^2}{2} + g Z_1 + i e_1 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{m} \frac{dE}{dt} = q_H + (g E_p - g E_T) + \left(\frac{P_1}{\rho_1} - \frac{P_2}{\rho_2} \right)$$

g ← عجلة الجاذبية الأرضية تقريباً

6

$$\Rightarrow \frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + E_p = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + E_t + \underbrace{(ie_2 - ie_1 - q_H)}_{\rightarrow h_{losses}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 + E_p = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + E_T + h_{losses}}$$

If $E_T = E_p = 0$

$$\therefore \boxed{\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 + h_L}$$

← إحدى صيغ السؤال في الامتحان

Bernolli-equation ، work Equation

24-4-2016

Fluid

Velocity distribution and it's significance

$K.E = \frac{1}{2} \dot{m} V^2 = \frac{1}{2}[\rho V A] V^2 = \frac{1}{2} \rho V^3 A$

$\Rightarrow$ Total $K.E = \frac{\rho}{2} \iint_A V^3 dA$

Momentum $= \dot{m} V = (\rho V A) V = \rho V^2 A$

Momentum flux $= \rho \iint_A V^2 dA$

A, dA, dQ

For volume flow rate $Q = \frac{\forall}{t}$

$Q = \int_A dQ = \int_A V dA$, $\dot{m} = \int_A dm = \int_A \rho V dA$

$K.E = \int_A \rho \, dQ \frac{V^2}{2} = \int_A \rho V dA \frac{V^2}{2} = \frac{\gamma}{2} \int \frac{V^3}{g} dA$

$\because \gamma = \rho g \Rightarrow \rho = \frac{\gamma}{g}$

$MF = \int_A \rho \, dQ \, V = \rho \int_A V^2 dA = \gamma \int \frac{V^2}{g} dA$

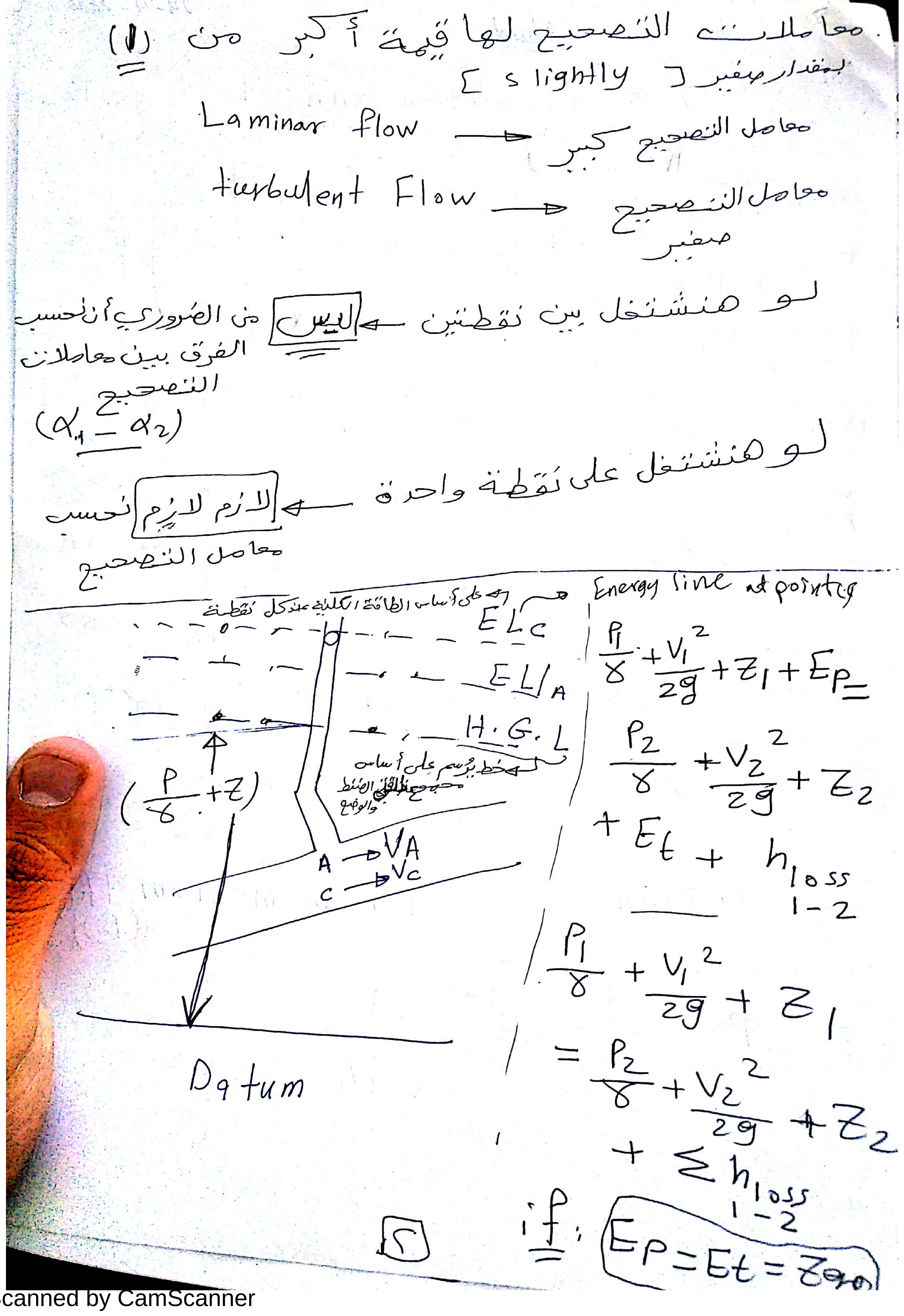
معامل التصحيح [للسرعة الغير الموجودة]

correction factor for K.E [[α]]

$$\alpha = \frac{1}{V^2} \frac{\iint_A v^3 dA}{\iint_A v dA} = \frac{1}{U^2} \frac{\iint_A V^3 dA}{\iint_A dQ}$$

correction factor for momentum flux ((β))

$$\beta = \frac{1}{V} \frac{\iint_A v^2 dA}{\iint_A v dA}$$



(1) معاملات التصحيح لها قيمة أكبر من
بمقدار صغير [slightly]

Laminar flow → معامل التصحيح كبير

turbulent Flow → معامل التصحيح صغير

لو هنشتغل بين نقطتين ← ليس من الضروري أن نحسب الفرق بين معاملات التصحيح
($\alpha_1 - \alpha_2$)

لو هنشتغل على نقطة واحدة ← لازم لازم نحسب معامل التصحيح

Energy line at point C

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1+E_p=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+E_t+h_{loss\,1-2}$$

$$\frac{P_1}{\gamma}+\frac{V_1^2}{2g}+Z_1=\frac{P_2}{\gamma}+\frac{V_2^2}{2g}+Z_2+\sum h_{loss\,1-2}$$

if: $E_p = E_t = Zero$

Hydraulic Grade line (HGL) ← لا يتأثر بقمة السرعات

لأنه فوق ($Z + \frac{P}{\gamma}$) ← مفيش سرعة

(HGL) ← خط يرسم على أساس مجموع طاقتي الوضع والضغط

Total Energy (ELc) ← على أساس الطاقة الكلية عند كل نقطة

Energy line ← E.L

EL_1

$\alpha_1 \frac{V_1^2}{2g}$ ← بعد الضرب في معامل التصحيح

$\frac{V_1^2}{2g}$

(P)

E.L

(ب)

Exact $h_{L(1-2)}$

$\frac{V_2^2}{2g}$

$\alpha_2 \frac{V_2^2}{2g}$

لاحظ أن المسافة (P)، (ب) الفرق بينهم بسيط

$(\frac{P}{\gamma} + Z)_1$

$(\frac{P}{\gamma} + Z)_2$

Datum

Darcy – Weisbach Equation :

friction losses : $h_L = \frac{fL}{d}\frac{v^2}{2g}$ ← معامل الاحتكاك

since $h_L = \frac{\tau_o L}{\gamma R_h}$, where : $R_h = \frac{A}{P}$

$\Rightarrow R_h = \frac{\frac{\pi}{4}d^2}{\pi d} = \frac{d}{4} = \frac{R}{2}$ $\Rightarrow \frac{fL}{d}\frac{v^2}{2g} = \frac{\tau_o L}{\gamma R_h}$

$\Rightarrow \tau_o = \frac{f\rho V^2}{8}$, $V_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = V\sqrt{\frac{f}{8}}$

V_* ← السرعة المحسوبة على أساس الكثافة فقط

$\frac{\tau_o}{\rho} = \frac{fV^2}{8}$, $V_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{fV^2}{8}} = V\sqrt{\frac{f}{8}}$

فيجي سؤال يقولك لو كان $d_1 = 2d_2$ وكان كذا وكذا ، احسب النسبة بين الحالة الأولى والثانية إذا كانت friction losses ثابتة !

الجواب ← $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{2}$

يمكن يكون فيه مصطلح في الامتحان

$$h_L = \frac{\tau_o L}{\gamma R_H} \quad , \quad h_L = \frac{f L}{d} \frac{V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \frac{\tau_o L}{\gamma R_H} = \frac{f L}{d} \frac{V^2}{2g}$$

$$\Rightarrow \tau_o = \frac{\gamma R_H f L V^2}{d * 2g * L}$$

$\because$ $\boxed{\gamma = \rho g}$ $\quad R_H = \frac{A}{P} = \frac{\frac{\pi}{4} d^2}{\pi d} = \frac{d}{4} = \boxed{\frac{R}{2} = R_H}$

$\because$ $\boxed{d = 2R}$

$$\Rightarrow \tau_o = \frac{\rho * \cancel{g} * \cancel{\frac{R}{2}} * f \cancel{L} V^2}{2\cancel{R} * 2\cancel{g} * \cancel{L}}$$

$$\Rightarrow \tau_o = \frac{\rho * f * V^2}{2 * 2 * 2} = \frac{\rho f V^2}{8}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\tau_o}{\rho} = \frac{f V^2}{8}}$$

هام في الموضوعي

$$V_* = \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = \sqrt{\frac{\rho V^2}{8}} = V\sqrt{\frac{\rho}{8}}$$

له للسرعة المحسوبة على أساس الكثافة فقط

لا تنسى ← Hydraulic Grade

(هام) سؤال: الدكتور قال كلية:

if $d_2 = 2d_1$, $d_1 = d$, Find the ratio of velocity if friction losses is constant

$$\because \quad h_L = \frac{fL}{d}\frac{V^2}{2g} \quad , \quad h_L = \text{constant}$$

$$\Rightarrow V^2 = \frac{h_L * d * 2g}{fL}$$

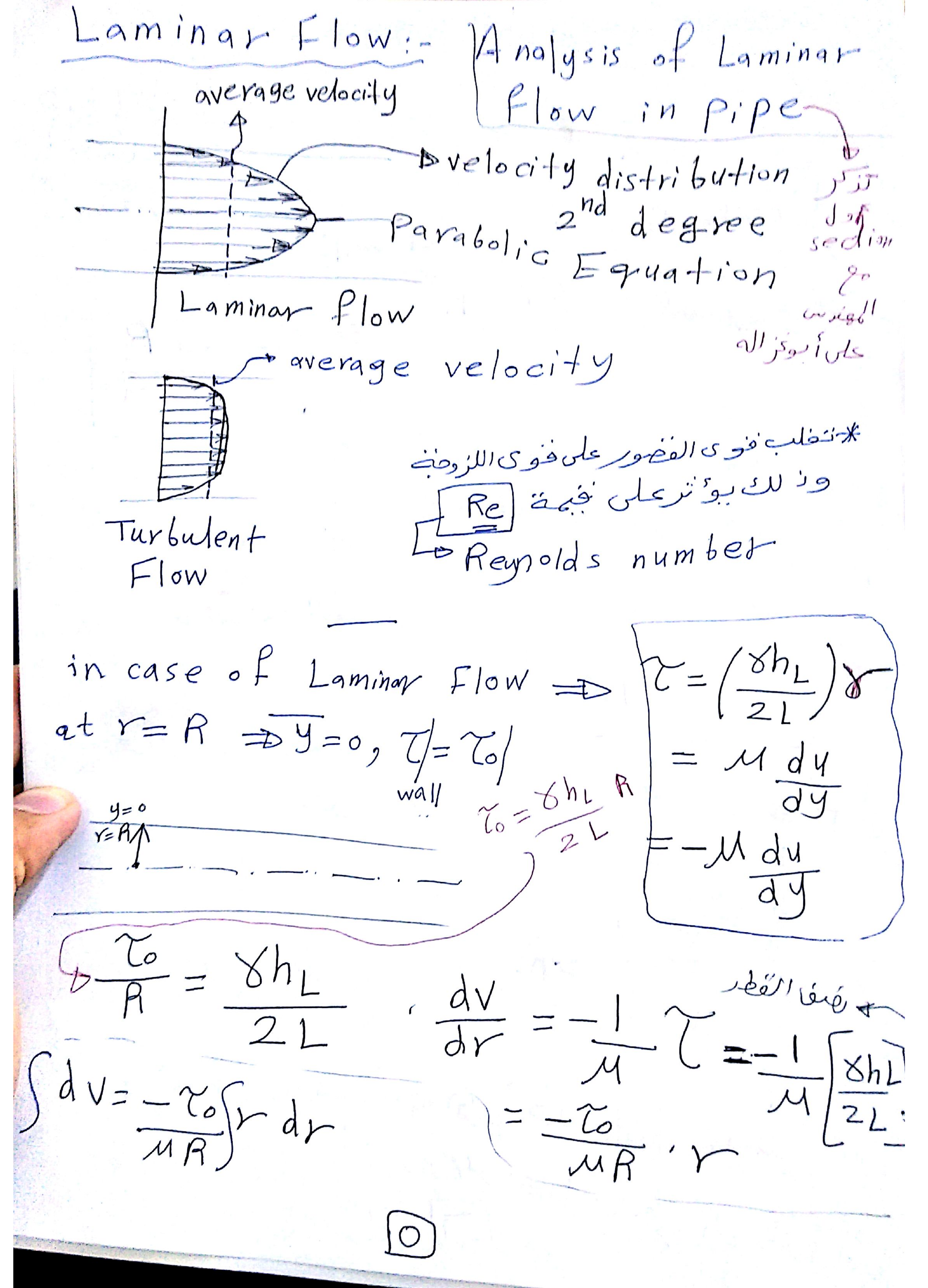
$$\Rightarrow V^2 \propto d$$

$$\frac{V_1^2}{V_2^2} = \frac{d_1}{d_2} = \frac{d}{2d}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{d}{2d}} \Rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = V$$

ولو غير حاجة يبقى إنت

معاك القانون الأصلي



Laminar Flow :-

Analysis of Laminar Flow in Pipe

تذكر أول section مع المهندس علي أبو كزالة

* تتغلب قوى القصور على قوى اللزوجة وذلك يؤثر على قيمة Re → Reynolds number

---

in case of Laminar Flow ⇒

$$\tau = \left(\frac{\gamma h_L}{2L}\right) r = \mu \frac{dy}{dy} = -\mu \frac{du}{dy}$$

at $r = R$ ⇒ $y = 0$, $\tau|_{wall} = \tau_0$

$$\tau_0 = \frac{\gamma h_L}{2L} R$$

$$\frac{\tau_0}{R} = \frac{\gamma h_L}{2L}$$

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\mu}\tau = -\frac{1}{\mu}\left[\frac{\gamma h_L}{2L} \cdot r\right]$$ ← نصف القطر

$$= \frac{-\tau_0}{\mu R} \cdot r$$

$$\int dv = \frac{-\tau_0}{\mu R}\int r\, dr$$

وبنكامل الطرفين:

$$V = -\frac{\tau_o}{\mu R}\frac{r^2}{2} + constant$$

→ هذا إثبات امتحانات

من 20 في الكتاب

at $r=R$, $y=0$, $V=0$ at wall

$$\Rightarrow C = \frac{\tau_o}{R\mu}\frac{R^2}{2} \Rightarrow \boxed{C = \frac{\tau_o R}{2\mu}}$$

constant له

في شوية خطوات كمان شوفهم في الكتاب

وفي النهاية

$$\boxed{f = \frac{64}{Re}}$$

والإثبات سؤال في الامتحانات

$$f = \frac{64}{Re}$$

(graph: f vs Re)

والمرة الجاية ← هناخد turbulent

وبرهلو معانا في الامتحانات

The velocity profile is founded to be parabolic in the form

$$U = \frac{\tau_0}{2\mu R}(R^2 - r^2)$$

For $r = 0$, $V = V_c = \frac{\tau_0 R^2}{2\mu R}$, $V = V_c\left[1 - \frac{r^2}{R^2}\right]$

$V = \frac{V_c}{R^2}[R^2 - r^2]$

نتذكر أن

$$V_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho}$$

$$\Rightarrow U = \frac{V_*^2}{2\nu R}(R^2 - r^2)$$

→ Kinematic viscosity $= \frac{\mu}{\rho}$

or: $\frac{U}{V_*} = \frac{V_*}{2\nu R}(R^2 - r^2)$

or: $r^2 = (R - y)^2$

$$\Rightarrow \frac{U}{V_*} = \frac{U_*}{\nu}\left(y - \frac{y^2}{2R}\right)$$

$$\frac{V}{V_*} = V\left[y - \frac{y^2}{2R}\right], \quad \frac{V}{V_*} = \frac{V_* Y}{\nu}, \text{ where } Y <<< R$$

$$Q = \int_0^R V (2\pi r\, dr) = \frac{\pi \tau_0}{\mu R}\int_0^R (R^2 - r^2)\, dr$$

نشيلها ونعوض من كل قيمتها من أول قانون في هذه الصفحة

$$= \frac{\pi \tau_0 R^3}{4\mu}, \quad \tau_0\Big|_{wall} = \frac{\gamma h_L R}{2L}, \text{ then}$$

$$Q = \frac{\pi R^4 \gamma h_L}{8\mu L} = \frac{\pi d^4 \gamma h_L}{128\mu l}$$

This is Hagen - Poiseuille law. since

$$Q = \overset{A}{\pi R^2} V \Rightarrow V = \frac{\gamma R^2 h_L}{8 \mu L} = \frac{\gamma d^2 h_L}{32 \mu L}$$

في صفحة [V] قبلها

$$\Rightarrow h_L = \frac{32 \mu L V}{\gamma d^2}$$

From Darcy - weisbach equation and h - losses equation

$$\Rightarrow F = \frac{64 \mu}{V d \rho} = \frac{64}{\frac{V d \rho}{\mu}} = \frac{64}{Re}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{64}{Re}}$$

→ Laminar Flow the friction factor depends **only** on the Reynolds number

خربالك في صفحة 1 قبلها ← [8]

Analysis of Laminar flow in pipe

→ velocity distribution 2nd degree
Parabolic equation

in case of Laminar Flow, $\because \tau = \left(\frac{h_L \gamma}{2L}\right) r$

$\tau)_{wall} = \tau_o$, at $r = R$, $y = 0$

$$\Rightarrow \tau_o = \frac{h_L \gamma}{2L} R \Rightarrow \boxed{\frac{\tau_o}{R} = \frac{h_L \gamma}{2L}}$$

$$\tau = \left(\frac{h_L \gamma}{2L}\right) r = \mu \frac{dv}{dy} = -\mu \frac{dv}{dy}$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\mu} \tau = -\frac{1}{\mu} \left(\frac{h_L \gamma}{2L}\right) r$$

$$\Rightarrow \frac{dv}{dr} = -\frac{1}{\mu} \frac{\tau_o}{R} \cdot r$$

$$\Rightarrow \int dv = \frac{-\tau_o}{\mu R} \int r \, dr$$

$$V = -\frac{\tau_0}{\mu R}\frac{r^2}{2} + C_1$$

at $r = R \Rightarrow V = 0$, $y = 0 \Rightarrow 0 = -\frac{\tau_0}{\mu R}\frac{R^2}{2} + C$

$$\Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{\tau_0 R}{2\mu}}$$

$$\Rightarrow V = -\frac{\tau_0}{\mu R}\frac{r^2}{2} + \frac{\tau_0 R}{2\mu} * \frac{R}{R}$$

$$\Rightarrow V = \frac{-\tau_0 r^2}{2\mu R} + \frac{\tau_0 R^2}{2\mu R}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = \frac{\tau_0}{2\mu R}(R^2 - r^2)}$$

→ ممكن تطول ندخل بعدها على الخطوة بتاعة

$$\varphi = \int_0^R V\,(2\pi r\,dr)$$

$=$

خطوة موجودة في الكتاب و لكن مش عارف هي مهمة في الإثباتـــ و لا لأ

* وصلنا إلى أن:
$$v = \frac{\tau_0}{2\mu R}(R^2 - r^2)$$ → (1)

⇒ if $r = 0$ ⇒ $v = v_c = \frac{\tau_0 R^2}{2\mu R}$, $v_*^2 = \frac{\tau_0}{\rho}$

⇒ $$v_c = \frac{v_*^2 R^2}{2\nu R}$$ → ☆

$$u = \frac{v_c}{R_2}(R^2 - r^2) = v_c\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$ ⇐ من المعادلة (1)

$$u = \frac{v_*^2}{2\nu R}(R^2 - r^2)$$ ⇐ من المعادلة (☆)

$$\frac{u}{v_*} = \frac{v_*}{2\nu R}(R^2 - r^2)$$, ∵ $r^2 = (R - y)^2$

⇒ $$\frac{u}{v_*} = \frac{v_*}{2\nu R}\left(R^2 - [(R-y)^2]\right)$$

$$\frac{u}{v_*} = \frac{v_*}{\cancel{2}\nu \cancel{R}}\left(\frac{R^2}{2R} - \frac{R^2}{2R} - \frac{y^2}{2R} + \frac{2Ry}{2R}\right)$$

$$\frac{u}{v_*} = \frac{v_*}{\nu} = \left(\cancel{\frac{R}{2}} - \cancel{\frac{R}{2}} - \frac{y^2}{2R} + y\right)$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V_*} = \frac{V_*}{\nu}\left[y - \frac{y^2}{2R}\right] \quad (\because R >>> y$$

$$\Rightarrow \frac{V}{V_*} = \frac{V_*}{\nu} y$$

⇐ تتابع الجزء المهم في الإثبات :

$$Q = \int_0^R V A = \int_0^R V (2\pi\, dr)$$

$$\because V = \frac{\tau_0}{2\mu R}(R^2 - r^2)$$

$$\Rightarrow Q = \int_0^R \frac{\tau_0}{2\mu R} * (2\pi) * \int_0^R (R^2 - r^2)\, dr$$

$$Q = \frac{\pi \tau_0 R^3}{4\mu} \quad \left(\because \tau_0 = \left(\frac{\gamma h_L}{2L}\right) R\right.$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\pi}{4\mu} \cdot \left(\frac{\gamma h_L}{2L}\right) R^4$$

$$Q = \frac{(\pi R^4)(\gamma h_L)}{8 \mu L} = \frac{\pi d^4 \gamma h_L}{128 \mu L}$$

$\because Q = AV = \pi R^2 V$

$$\Rightarrow V = \frac{Q}{A} = \frac{\pi R^4 \gamma h_L}{8 \mu L * \pi R^2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{R^2 \gamma h_L}{8 \mu L} = \frac{\gamma d^2 h_L}{32 \mu L}$$

$$\Rightarrow \boxed{h_L = \frac{32 \mu L V}{\gamma d^2}}$$

$\because$ From Darcy – weisbach equation

$$h_L = \frac{f L}{d} \frac{v^2}{2g} \quad , \quad h_L = \frac{32 \mu L V}{\gamma d^2}$$

$$\Rightarrow \frac{f L}{d} \frac{v^2}{2g} = \frac{32 \mu L V}{\gamma d^2}$$

Friction factor

$$\Rightarrow f = \frac{32 \mu L V * d * 2g}{(\gamma) d^2 * L v^2}$$

$(\rho g) = \gamma$

$$\Rightarrow F = \frac{64 \mu}{V \rho d} = \frac{64}{\frac{\rho V d}{\mu}}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{64}{Re}}$$

→ Laminar flow the friction factor depends **only** on the Reynolds number